

CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Cô Đặng Thị Quyên – GV Toán – GDTC - GDQPAN

I- Lý thuyết

1. **Định nghĩa:** Phương trình lôgarit là phương trình có chứa ẩn số trong biểu thức dưới dấu lôgarit.

2. **Phương trình lôgarit cơ bản:** cho $a, b > 0, a \neq 1$ phương trình lôgarit cơ bản có dạng:

$$\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$$

3. **Phương pháp giải phương trình lôgarit**

a. **Đưa về cùng cơ số:**

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}, \text{ với mọi } 0 < a \neq 1$$

b. **Đặt ẩn phụ:** Phương pháp đặt ẩn phụ $A \log_a^2 f(x) + B \log_a f(x) + C = 0, (0 < a \neq 1)$

Đặt $t = \log_a f(x)$ khi đó phương trình trở thành $At^2 + Bt + C = 0(*)$

Giải (*) ta trả lại ẩn cũ sẽ được phương trình cơ bản

c. **Mũ hóa:** Với $a > 0, a \neq 1$, $\log_a f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) = a^{g(x)}$

d. **Phương pháp hàm số và đánh giá**

II- Bài tập

1. **Dạng 1:** Đưa về phương trình lôgarit cơ bản $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$ ($a, b > 0, a \neq 1$)

Phương trình có nghiệm duy nhất $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$

Ví dụ 1: Tìm nghiệm của phương trình: $\log_2(3x-1) = 3$

Ví dụ 2: Tìm nghiệm của phương trình: $\log_{25}(x+1) = \frac{1}{2}$

2. **Dạng 2:** Phương trình lôgarit đưa về cùng cơ số: $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$

Ví dụ 3: Giải phương trình $\log_5(4x+5) = \log_5(x-2)$

Ví dụ 4: Giải phương trình $\log_{25}(4x+5)^2 + \log_5 x = \log_3 27$

Kết hợp với điều kiện của phương trình, vậy nghiệm của phương trình là $\square = 5$

Ví dụ 5: Giải phương trình $\log_3(2x-1) - \log_3(x-1) = 1$

3. **Dạng 3:** Phương pháp đặt ẩn phụ $A \log_a^2 f(x) + B \log_a f(x) + C = 0, (0 < a \neq 1)$

Đặt $t = \log_a f(x)$ khi đó phương trình trở thành $At^2 + Bt + C = 0(*)$

Giải (*) ta trả lại ẩn cũ sẽ được phương trình cơ bản

Ví dụ 6: Giải phương trình $\log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0$

Ví dụ 7: Giải phương trình $\log_3(3^x - 1) \log_3(3^{x+1} - 3) = 12$

4. **Dạng 4:** Phương pháp mũ hóa

Ví dụ 8: Giải phương trình $\log_2(2^x - 1) = -2$

5. **Dạng 5:** Giải phương trình lôgarit bằng phương pháp hàm số, đánh giá

Ví dụ 8: Giải phương trình $\log_2(x + 3^{\log_6 x}) = \log_6 x$

III. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là:

A. $x = 3$

B. $x = 5$

C. $x = 4$

D. $x = 6$

Câu 2. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 2$ là

- A. $x = 8$ B. $x = 9$ C. $x = 7$ **D. $x = 10$**

Câu 3. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

- A. $x = 8$ B. $x = 9$ C. $x = 7$ **D. $x = 10$**

Câu 4. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là

- A. $\{-3; 3\}$.** B. $\{-3\}$. C. $\{3\}$. D. $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là

- A. $x = 3$. **B. $x = 5$.** C. $x = \frac{9}{2}$. D. $x = \frac{7}{2}$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 2$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 9$. C. $x = 7$. **D. $x = 10$.**

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

- A. 10. B. 8. C. 9. **D. 7.**

Câu 8. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.

- A. $S = \{4\}$.** B. $S = \{3\}$. C. $S = \{-2\}$. D. $S = \{1\}$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\log_2(5x) = 3$ là

- A. $x = \frac{8}{5}$.** B. $x = \frac{9}{5}$. C. $x = 8$. D. $x = 9$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 3$.

- A. $x = 63$ **B. $x = 65$** C. $x = 80$ D. $x = 82$

Câu 11. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

- A. $x = 21$** B. $x = 3$ C. $x = 11$ D. $x = 13$

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 7) = 2$ là

- A. $\{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$. **B. $\{-4; 4\}$.** C. $\{4\}$. D. $\{-4\}$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2) = 3$ là

- A. $x = 6$. B. $x = 8$. C. $x = 11$. **D. $x = 10$.**

Câu 14. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$.

- A. $S = \{-3; 3\}$ B. $S = \{4\}$ **C. $S = \{3\}$** D. $S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$

Câu 15. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

- A. $S = \{2 + \sqrt{5}\}$** B. $S = \{2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}\}$ C. $S = \{3\}$ D. $S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right\}$

Câu 16. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.

- A. $S = \{4\}$.** B. $S = \{3\}$. C. $S = \{-2\}$. D. $S = \{1\}$.

Câu 17. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

- A.** $\frac{82}{9}$. **B.** $\frac{80}{9}$. **C.** 9. **D.** 0.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1)+1 = \log_3(4x+1)$ là

- A.** $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Câu 19. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 1 + \log_2(x-1)$ là

- A.** $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)+1 = \log_2(3x-1)$ là

- A.** $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 1 + \log_3(x-1)$ là

- A.** $x=4$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 22. Tập nghiệm của phương trình $\log^2 x - \log x^3 + 2 = 0$ là

- A.** $\{1;3\}$. **B.** $\{1;2\}$. **C.** $\{10;100\}$. **D.** $\{-2;1\}$.

Câu 23. Biết rằng phương trình $3\log_2^2 x - \log_2 x - 1 = 0$ có hai nghiệm là a, b . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $ab = \sqrt[3]{2}$. **B.** $a+b = \sqrt[3]{2}$. **C.** $a+b = \frac{1}{3}$. **D.** $ab = -\frac{1}{3}$.

Câu 24. Biết phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2(2x) - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 x_2$.

- A.** $x_1 x_2 = -3$. **B.** $x_1 x_2 = 4$. **C.** $x_1 x_2 = \frac{1}{8}$. **D.** $x_1 x_2 = \frac{1}{2}$.

Câu 25. Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 3\log_3 x \cdot \log_2 3 + 2 = 0$ bằng

- A.** 6. **B.** 25. **C.** 20 **D.** 18.

-----Hết-----