

TOÁN 11- XÁC SUẤT THỐNG KÊ

CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Giáo viên Toán: Nguyễn Ngọc Mai

Trong chương trình Toán GDPT 2018, một trong những khái niệm quan trọng trong phần xác suất thống kê mà học sinh được tiếp cận là việc nghiên cứu và hiểu về các số liệu đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu từ lớp 10, 11. Trong chương trình lớp 10, học sinh được tìm hiểu về các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu không ghép nhóm. Tiếp nối chương trình lớp 10, lớp 11 các em được tìm hiểu về các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm.

Trong thực tế, việc làm quen với các khái niệm như trung bình, trung vị, tứ phân vị và Mốt là vô cùng quan trọng. Các số liệu này dùng để đo lường mức độ tập trung của dữ liệu, đồng thời giúp học sinh hiểu rõ hơn về tính chất của dữ liệu và cách sử dụng chúng để làm việc hiệu quả trong thực tế. Tuy nhiên, đây cũng là một kiến thức khá mới đối với các thầy cô giáo và khó nhớ đối với các học sinh. Vì vậy trong bài viết này, chúng ta sẽ khám phá sâu hơn về các số liệu đặc trưng này đối với mẫu số liệu ghép nhóm, cách tính toán và áp dụng chúng trong việc phân tích mẫu số liệu ghép nhóm.

I. LÝ THUYẾT CƠ BẢN

1. SỐ TRUNG BÌNH CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1; a_2)$...	$[a_i; a_{i+1})$...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	...	m_i	...	m_k

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là \bar{x}

$$\bar{x} = \frac{m_1x_1 + \dots + m_kx_k}{n}$$

Trong đó, $n = m_1 + \dots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ (với $i = 1, \dots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$

Ví dụ 1. Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D cho trong bảng dưới đây

Cân nặng (kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Lời giải

Trong mỗi khoảng cân nặng, giá trị đại diện trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Cân nặng (kg)	43	48	53	58	63	68
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tổng số học sinh là $n = 42$. Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D là

$$\bar{x} = \frac{10.43 + 7.48 + 16.53 + 4.58 + 2.63 + 3.68}{42} \approx 51,81 (kg).$$

Ví dụ 2. Một nhà thực vật học đo chiều dài của 74 lá cây (đơn vị: mm) và thu được bảng tần số như bảng dưới đây.

Chiều dài (mm)	Số lượng
[5,45;5,85)	5
[5,85;6,25)	9
[6,25;6,65)	15
[6,65;7,05)	19
[7,05;7,45)	16
[7,45;7,85)	8
[7,85;8,25)	2
	$n = 74$

Tính chiều dài trung bình của 74 lá cây trên theo đơn vị mm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trong mỗi khoảng chiều dài, giá trị đại diện trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Chiều dài (mm)	Chiều dài (mm)	Số lượng
[5,45;5,85)	5,65	5
[5,85;6,25)	6,05	9
[6,25;6,65)	6,45	15
[6,65;7,05)	6,85	19
[7,05;7,45)	7,25	16
[7,45;7,85)	7,65	8
[7,85;8,25)	8,05	2
		$n = 74$

Chiều dài trung bình của 74 lá cây mà nhà thực vật học đo xấp xỉ là:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 5,65 + 9 \cdot 6,05 + 15 \cdot 6,45 + 19 \cdot 6,85 + 16 \cdot 7,25 + 8 \cdot 7,65 + 2 \cdot 8,05}{74} \approx 6,80(mm).$$

Ý nghĩa.

Như ta đã biết, số trung bình cộng của mẫu số liệu **không** ghép nhóm là giá trị trung bình cộng của các số trong mẫu số liệu đó, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng để đại diện cho mẫu số liệu khi các số liệu trong mẫu ít sai lệch với số trung bình cộng.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho số trung bình của mẫu số liệu gốc, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng đại diện cho mẫu số liệu.

2. TRUNG VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Để tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1. Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Bước 2. Trung vị là $M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p .

Với $p=1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Ví dụ 3. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Lời giải

Ta có bảng tần số như sau

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Tần số	3	12	15	24	2
Tần số tích lũy	3	15	30	54	56

Cỡ mẫu là $n = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$.

Gọi x_1, \dots, x_{56} là thời gian vào internet của 56 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng

dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{28} + x_{29}}{2}$. Do 2 giá trị x_{28}, x_{29} thuộc nhóm [15,5;18,5) nên nhóm này chứa trung

vị. Do đó, $p=3; a_3 = 15,5; m_3 = 15; m_1 + m_2 = 3 + 12 = 15; a_4 - a_3 = 3$ và ta có $M_e = 15,5 + \frac{56 - 15}{15} \cdot 3 = 18,1$.

Lưu ý: Để xác định nhóm chứa trung vị đơn giản hơn, ta thực hiện như sau:

Cỡ mẫu là $n = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$. Nên $\frac{n}{2} = 28$

Vì $15 < 28 < 30$ nên trung vị thuộc nhóm [15,5;18,5).

Ý nghĩa:

Trung vị của mẫu số liệu sau khi ghép nhóm xấp xỉ với trung vị của mẫu số liệu không ghép nhóm ban đầu và có thể dùng để đại diện cho mẫu số liệu đã cho.

3. TƯ PHÂN VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Cho mẫu số liệu ghép nhóm:

Nhóm	$[a_1; a_2)$...	$[a_i; a_{i+1})$...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	...	m_i	...	m_k

Để tính **tứ phân vị thứ nhất** Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1 , giả sử

đó là nhóm thứ $p: [a_p; a_{p+1})$. Khi đó $Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p

là tần số nhóm p , với $p=1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Để tính **tứ phân vị thứ ba** Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3 , giả sử đó

là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$. Khi đó $Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p=1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e .

Nhận xét: Để xác định nhóm chứa tứ phân vị thứ r nhờ tính chất: Có khoảng $\left(\frac{r \cdot n}{4}\right)$ giá trị nhỏ hơn tứ phân vị này.

Ví dụ 4. Tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm cho trong Ví dụ 3.

Lời giải

Ta có bảng tần số như sau

Thời gian (phút)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Tần số	3	12	15	24	2
Tần số tích lũy	3	15	30	54	56

Cỡ mẫu là $n = 56$. Nên $\frac{n}{4} = \frac{56}{4} = 14$

Vì $3 < 14 < 15$ nên tứ phân vị thứ nhất Q_1 thuộc nhóm $[12, 5; 15, 5)$.

Do đó, $p = 2; a_2 = 12, 5; m_2 = 12; m_1 = 3; a_3 - a_2 = 3$ và ta có $Q_1 = 12, 5 + \frac{\frac{56}{4} - 3}{12} \cdot 3 = 15, 25$.

Vì $30 < 3 \cdot \frac{n}{4} = 42 < 54$ nên tứ phân vị thứ ba Q_3 thuộc nhóm $[18, 5; 21, 5)$

Do đó, $p = 4; a_4 = 18, 5; m_4 = 24; m_1 + m_2 + m_3 = 3 + 12 + 15 = 30; a_5 - a_4 = 3$ và ta có

$$Q_3 = 18, 5 + \frac{\frac{3 \cdot 56}{4} - 30}{24} \cdot 3 = 20.$$

Ý nghĩa.

Như ta đã biết, đối với mẫu số liệu không ghép nhóm đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn, các điểm Q_1, Q_2, Q_3 chia mẫu số liệu đó thành bốn phần, mỗi phần đều chứa 25% giá trị.

Bằng cách ghép nhóm mẫu số liệu và tính toán tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, ta nhận được ba giá trị mới cũng có thể dùng để đại diện cho mẫu số liệu đã cho.

Lưu ý rằng bộ ba giá trị Q_1, Q_2, Q_3 trong tứ phân vị của mẫu số liệu sau khi ghép nhóm xấp xỉ với bộ ba giá trị trong tứ phân vị của mẫu số liệu không ghép nhóm ban đầu, chúng cũng chia mẫu số liệu thành 4 phần, mỗi phần chứa 25% giá trị.

4. MÓT CỦA MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM

Để tìm Một của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa một), giả sử là nhóm $j: [a_j; a_{j+1})$.

Bước 2. Một được xác định là $M_0 = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$, trong đó m_j là tần số nhóm j (quy

ước $m_0 = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

Lưu ý. Người ta chỉ định nghĩa một của mẫu ghép nhóm có độ dài các nhóm bằng nhau. Một mẫu có thể không có một hoặc có nhiều hơn một một.

Ví dụ 5. Kết quả kiểm tra môn Toán của lớp 11D như sau:

Điểm	[3;5)	[5;7)	[7;9)	[9;11)
Số học sinh	5	18	10	7

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm này (Làm tròn đến số thập phân thứ nhất). Có thể kết luận gì từ giá trị tính được?

Lời giải

Tần số lớn nhất là 18 nên nhóm chứa một là nhóm $[5;7)$.

Ta có $j = 2; a_2 = 5; m_2 = 18; m_1 = 5; m_3 = 10; h = 2$.

Do đó $M_0 = 5 + \frac{18-5}{(18-5)+(18-10)} \cdot 2 \approx 6,2$.

Số học sinh có điểm khoảng 6,2 điểm là nhiều nhất.

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Hãy ước lượng số trung bình, tứ phân vị và một của mẫu số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Giá trị đại diện	6,75	7,25	7,75	8,25	8,75	9,25	9,75
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 là

$$\bar{x} = \frac{8 \cdot 6,75 + 10 \cdot 7,25 + 16 \cdot 7,75 + 24 \cdot 8,25 + 13 \cdot 8,75 + 7 \cdot 9,25 + 4 \cdot 9,75}{82} \approx 8,12$$

Tứ phân vị thứ hai. Nhóm [8; 8,5)

$$Q_2 = 8 + \frac{2 \cdot 82}{4} - \frac{(8+10+16)}{24} (8,5-8) \approx 8,15$$

Tứ phân vị thứ nhất. Nhóm [7,5; 8)

$$Q_1 = 7,5 + \frac{\frac{2.82}{4} - (8+10)}{16} (8-7;5) \approx 7,58$$

Tứ phân vị thứ ba. Nhóm [8,5;9)

$$Q_3 = 8,5 + \frac{\frac{3.82}{4} - (8+10+16+24)}{16} (9-8;5) \approx 8,63$$

Mốt M_0 chứa trong nhóm [8; 8,5)

Do đó:

$$M_0 = 8 + \frac{24-16}{(24-16) + (24-13)} (8,5-8) = 8,21$$

Bài 2. Để kiểm tra thời gian sử dụng pin của một chiếc điện thoại mới, chị An thống kê thời gian sử dụng điện thoại của mình từ lúc sạc đầy pin cho đến khi hết pin ở bảng sau:

Thời gian sử dụng (giờ)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)	[15; 17)
Số lần	2	5	7	6	3

Hãy ước lượng thời gian sử dụng trung bình từ lúc chị An sạc đầy pin điện thoại cho tới khi hết pin.

Lời giải

Thời gian sử dụng trung bình:

$$\bar{x} = \frac{2.8 + 5.10 + 7.12 + 6.14 + 3.16}{2 + 5 + 7 + 6 + 3} \approx 12,26$$

Bài 3. Tổng số lượng mưa trong tháng 8 đo được tại một trạm quan trắc đặt tại Vũng Tàu từ năm 2002 đến năm 2020 được ghi lại như dưới đây (đơn vị: mm)

121,8 158,3 334,9 200,9 165,6 161,5 194,3 220,7 189,8 243,2
165,9 165,9 134 173 169, 189, 254 168 255

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

a) Hoàn thành bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Tổng lượng mưa trong tháng 8 (mm)	[120; 175)	[175; 230)	[230; 285)	[285; 340)
Số năm	?	?	?	?

b) Hãy ước lượng số trung bình, tứ phân vị và một của mẫu số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Hoàn thành bảng tần số ghép nhóm theo mẫu ta được:

Tổng lượng mưa trong tháng 8 (mm)	[120; 175)	[175; 230)	[230; 285)	[285; 340)
Số năm	10	5	3	1

Giá trị đại diện của các lớp:

$$c_1 = \frac{120 + 175}{2} = 147,5; \quad c_2 = \frac{175 + 230}{2} = 202,5$$

$$c_3 = \frac{230 + 285}{2} = 257,5; \quad c_4 = \frac{285 + 340}{2} = 312,5$$

Tần số các lớp: $n_1 = 10; n_2 = 5; n_3 = 3; n_4 = 1$

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{n_1c_1 + n_2c_2 + n_3c_3 + n_4c_4}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4} = \frac{7145}{38} \approx 188,02$$

Tứ phân vị thứ nhất. Nhóm [120; 175)

$$Q_1 = 120 + \frac{\frac{1.19}{4} - 0}{10} (175 - 120) = \frac{1169}{8} \approx 146,125$$

Tứ phân vị thứ hai. Nhóm [175; 230)

$$Q_2 = 175 + \frac{\frac{2.19}{4} - (0+10)}{5} (230 - 175) = \frac{339}{2} \approx 169,5$$

Tứ phân vị thứ ba. Nhóm [230; 285)

$$Q_3 = 230 + \frac{\frac{3.19}{4} - (0+10+5)}{3} (285 - 230) = \frac{865}{4} \approx 216,25$$

Mốt: Mốt M_0 chứa trong nhóm [120; 175)

$$\text{Do đó: } M_0 = 120 + \frac{10 - 0}{(10 - 0) + (10 - 5)} (175 - 120) = \frac{470}{3} = 156,67$$

Bài 4. Bảng sau thống kê số ca nhiễm mới SARS-CoV-2 mỗi ngày trong tháng 12/2021 tại Việt Nam.

Ngày	Số ca	Ngày	Số ca	Ngày	Số ca	Ngày	Số ca
1	15 139	9	15 965	17	15 685	25	16 046
2	14 295	10	15 474	18	16 363	26	15 667
3	14 254	11	16 830	19	16 586	27	15 310
4	14 598	12	15 264	20	15 420	28	14 866
5	14 927	13	16 035	21	16 806	29	14 299
6	15 215	14	15 871	22	17 044	30	20 454
7	14 433	15	16 192	23	16 860	31	17 004
8	15 223	16	15 720	24	16 633		

(Nguồn: worldmeters.info)

a) Hoàn thành bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

So ca (nghìn)	[14; 15,5)	[15,5; 17)	[17; 18,5)	[18,5; 20)	[20; 21,5)
So ngày	?	?	?	?	?

b) Hãy ước lượng số trung bình, tứ phân vị và một của mẫu số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Hoàn thành bảng tần số ghép nhóm theo mẫu ta được:

Số ca (nghìn)	[14; 15,5)	[15,5; 17)	[17; 18,5)	[18,5; 20)	[20; 21,5)
Số ngày	13	15	2	0	1

b) Hãy ước lượng số trung bình và tứ phân vị của mẫu số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{14,75.13 + 16,25.15 + 17,75.2 + 19,25.0 + 20,75.1}{31} = \frac{1967}{124} \approx 15,86.$

Tứ phân vị thứ nhất. Nhóm [14;15,5)

$$Q_1 = 14 + \frac{\frac{1.31}{4} - 0}{13}(15,5 - 14) = \frac{1549}{104} \approx 14,89$$

Tứ phân vị thứ hai. Nhóm [15,5;17)

$$Q_2 = 15,5 + \frac{\frac{2.31}{4} - (0+13)}{15}(17 - 15,5) = \frac{63}{4} \approx 15,75$$

Tứ phân vị thứ ba. Nhóm [17;18,5)

$$Q_3 = 15,5 + \frac{\frac{3.31}{4} - (0+13+15)}{2}(18,5 - 17) = \frac{215}{16} \approx 13,44$$

Mốt: M_0 chứa trong nhóm [15,5;17)

$$\text{Do đó: } M_0 = 15,5 + \frac{15-13}{(15-13)+(15-2)}(17 - 15,5) = \frac{157}{10} = 15,7$$

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Giá trị đại diện của nhóm [20; 40) là

- A. 10. B. 20. **C. 30.** D. 40.

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm [20; 40) là $c = \frac{20+40}{2} = 30$

Câu 2: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là

- A. [40;60).** B. [20;40). C. [60;80). D. [80;100).

Lời giải

Mốt M_0 chứa trong nhóm [40;60)

Câu 3: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A. 42. **B. 52.** C. 53. D. 54.

Lời giải

Một M_0 chứa trong nhóm $[40; 60)$

$$\text{Do đó: } M_0 = 40 + \frac{12-9}{(12-9) + (12-10)}(60-40) = 52$$

Câu 4: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A.** [40; 60). **B.** [20; 40). **C.** [60; 80). **D.** [80; 100).

Lời giải

$$\text{Ta có: } n = 42 \Rightarrow \frac{n}{2} = 21$$

Vì $14 < 21 < 26$ nên nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là nhóm $[40; 60)$

Câu 5: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A.** [40; 60). **B.** [20; 40). **C.** [60; 80). **D.** [80; 100).

Lời giải

$$\text{Ta có: } n = 42 \text{ nên } \frac{n}{4} = 10,5$$

Nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm thứ 2: $[20; 40)$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là nhóm $[20; 40)$

Câu 6: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

- A.** [40; 60). **B.** [20; 40). **C.** [60; 80). **D.** [80; 100).

Lời giải

$$\text{Ta có: } n = 42 \text{ nên } \frac{n}{4} \cdot 3 = 31,5$$

Vì $26 < 31,5 < 36$

Nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là Q_3 thuộc nhóm thứ 4: $[60; 80)$

Câu 7: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.** [7; 9). **B.** [9; 11). **C.** [11; 13). **D.** [13; 15).

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4$$

Câu 8: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7; 9). **B. [9; 11).** C. [11; 13). D. [13; 15).

Lời giải

Goi x_1, x_2, \dots, x_{20} là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó:

$$x_1, x_2 \in [5; 7), \quad x_3, \dots, x_9 \in [7; 9), \quad x_{10}, \dots, x_{16} \in [9; 11), \quad x_{17}, \dots, x_{19} \in [11; 13), \quad x_{20} \in [13; 15)$$

$$\text{Vì } \frac{n}{2} = 10 \text{ nên trung vị của mẫu số liệu thuộc nhóm } [9; 11)$$

Câu 9: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Một của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7; 9). **B. [9; 11).** C. [11; 13). D. [13; 15).

Lời giải

Có 2 nhóm chứa một của mẫu số liệu trên đó là [7; 9) và [9; 11), do đó:

Xét nhóm [7; 9) ta có:

$$M_0 = 7 + \frac{7-2}{(7-2) + (7-7)}(9-7) = 9$$

Xét nhóm [9; 11) ta có:

$$M'_0 = 9 + \frac{7-7}{(7-7) + (7-3)}(11-9) = 9$$

Vậy một của mẫu số liệu là 9.

Câu 10: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 7.

B. 7,6.

C. 8.

D. 8,6.

Lời giải

Ta có $\frac{n}{4} = 5$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm $[7;9)$

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{1.20}{4} - 2}{7} (9 - 7) \approx 7,86 \approx 8$$

Câu 11: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 13.

Lời giải

Ta có $\frac{n}{4} . 3 = 15$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm $[9;11)$

$$Q_3 = 9 + \frac{\frac{3.20}{4} - 9}{7} (11 - 9) \approx 10,71 \approx 11$$

IV. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1. Số a thỏa mãn có 25% giá trị trong mẫu số liệu nhỏ hơn a và 75% giá trị trong mẫu số liệu lớn hơn a là

A. số trung bình.

B. trung vị.

C. tứ phân vị thứ nhất. D. tứ phân vị thứ ba.

Câu 2. Số a thỏa mãn có 75% giá trị trong mẫu số liệu nhỏ hơn a và 25% giá trị trong mẫu số liệu lớn hơn a là

A. số trung bình.

B. trung vị.

C. tứ phân vị thứ nhất. **D.** tứ phân vị thứ ba.

Câu 3. Mẫu số liệu ghép nhóm với tần số các nhóm bằng nhau có số một là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	[2; 3,5)	[3,5; 5)	[5; 6,5)	[6,5; 8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Số trung bình của mẫu số liệu là

A. 5,0.

B. 5,32.

C. 5,75.

D. 6,5.

Câu 5. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	[2; 3,5)	[3,5; 5)	[5; 6,5)	[6,5; 8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu là

- A. [2;3,5). B. [3,5;5). C. [5;6,5). D. [6,5;8).

Câu 6. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	[2;3,5)	[3,5;5)	[5;6,5)	[6,5;8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

- A. [2;3,5). B. [3,5;5). C. [5;6,5). D. [6,5;8).

Câu 7. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	[2;3,5)	[3,5;5)	[5;6,5)	[6,5;8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là

- A. [2;3,5). B. [3,5;5). C. [5;6,5). D. [6,5;8).

Câu 8. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	[2;3,5)	[3,5;5)	[5;6,5)	[6,5;8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là

- A. [2;3,5). B. [3,5;5). C. [5;6,5). D. [6,5;8).

Câu 9. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	[2;3,5)	[3,5;5)	[5;6,5)	[6,5;8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Số một của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 10. Cho bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150;153)	7
[153;156)	13
[156;159)	40
[159;162)	21
[162;165)	13
[165;168)	6

160,5 là giá trị đại diện cho nhóm

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 11. Cho bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150;153)	7
[153;156)	13

[156;159)	40
[159;162)	21
[162;165)	13
[165;168)	6

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

- A. 157,76 . B. 158,25 . C. 157,5 . D. 160,28 .

Câu 12. Cho bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150;153)	7
[153;156)	13
[156;159)	40
[159;162)	21
[162;165)	13
[165;168)	6

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 157,76 . B. 157,25 . C. 158,25 . D. 160,45 .

Câu 13. Cho bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150;153)	7
[153;156)	13
[156;159)	40
[159;162)	21
[162;165)	13
[165;168)	6

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

- A. 156,25 . B. 157,5 . C. 156,38 . D. 157,54 .

Câu 14. Cho bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150;153)	7
[153;156)	13
[156;159)	40
[159;162)	21
[162;165)	13
[165;168)	6

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

- A. 160,52 . B. 161,52 C. 161,14 . D. 162,25 .

Câu 15. Giả sử mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm:

Nhóm	Nhóm 1	Nhóm 2	...	Nhóm k
------	--------	--------	-----	----------

Giá trị đại diện	c_1	c_2	...	c_k
Tần số	n_1	n_2	...	n_k

Đặt $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu \bar{x} , được tính theo công thức nào?

A. $\bar{x} = \frac{n_1c_1 + n_2c_2 + \dots + n_kc_k}{n}$.

B. $\bar{x} = \frac{n_1c_1 + n_2c_2 + \dots + n_kc_k}{2n}$.

C. $\bar{x} = \frac{n_1^2c_1 + n_2^2c_2 + \dots + n_k^2c_k}{n}$.

D. $\bar{x} = \frac{n_1c_1 + n_2c_2 + \dots + n_kc_k}{\sqrt{n}}$.

Câu 16. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở lô hàng A được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả cam ở lô hàng A	1	3	7	10	4

Nhóm chứa một là nhóm nào

A. [150;155).

B. [155;160).

C. [165;170).

D. [170;175).

Câu 17. Cân nặng của 28 học sinh nam lớp 11 được cho như sau:

55,4 62,6 54,2 56,8 58,8 59,4 60,7 58 59,5 63,6 61,8 52,3 63,4 57,9
49,7 45,1 56,2 63,2 46,1 49,6 59,1 55,3 55,8 45,5 46,8 54 49,2 52,6

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng

A. 55,6.

B. 65,5.

C. 48,8.

D. 57,7.

Câu 18. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Giá trị đại diện của nhóm [20;40) là

A. 10.

B. 20.

C. 30.

D. 40.

Câu 19. Khảo sát thời gian chạy bộ trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Giá trị đại diện của nhóm [20;40) là

A. 10.

B. 20.

C. 30.

D. 40.

Câu 20. Khảo sát thời gian chạy bộ trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mẫu số liệu ghép nhóm này có một là

A. 59.

B. 40.

C. 52.

D. 53.

Câu 21. Khảo sát thời gian chạy bộ trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa một của mẫu số liệu này là

- A. [20; 40) B. [40; 60) C. [60; 80) D. [80; 100)

Câu 22. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là

- A. [40; 60). B. [20; 40). C. [60; 80). D. [80; 100).

Câu 23. Một cuộc khảo sát đã tiến hành xác định tuổi (theo năm) của 120 chiếc ô tô. Kết quả điều tra được cho trong bảng sau.

Số tuổi (theo năm)	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[20;24)
Số ô tô	23	25	37	26	19

Giá trị đại diện của nhóm [8;12) là

- A. 8. B. 12. C. 10. D. 11.

Câu 24. Một cuộc khảo sát đã tiến hành xác định tuổi (theo năm) của 120 chiếc ô tô. Kết quả điều tra được cho trong bảng sau.

Số tuổi (theo năm)	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[20;24)
Số ô tô	23	25	37	26	19

Mẫu số liệu trên có bao nhiêu nhóm

- A. 10. B. 11. C. 7. D. 5.

Câu 25. Một cuộc khảo sát đã tiến hành xác định tuổi (theo năm) của 120 chiếc ô tô. Kết quả điều tra được cho trong bảng sau.

Số tuổi (theo năm)	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[20;24)
Số ô tô	23	25	37	26	19

Có bao nhiêu ô tô có độ tuổi từ 12 đến dưới 16

- A. 23. B. 25. C. 37. D. 26.

Câu 26. Một cuộc khảo sát đã tiến hành xác định tuổi (theo năm) của 120 chiếc ô tô. Kết quả điều tra được cho trong bảng sau.

Số tuổi (theo năm)	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[20;24)
Số ô tô	23	25	37	26	19

Nhóm có tần số 19 là:

- A. [4;8). B. [8;12). C. [12;16). D. [16;20).

Câu 27. Một cuộc khảo sát đã tiến hành xác định tuổi (theo năm) của 120 chiếc ô tô. Kết quả điều tra được cho trong bảng sau.

Số tuổi (theo năm)	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[20;24)
Số ô tô	23	25	37	26	19

Có bao nhiêu ô tô có độ tuổi dưới 12

- A.** 75. **B.** 37. **C.** 45. **D.** 26.

Câu 28. Khảo sát cân nặng của 30 bạn học sinh (đơn vị: kilogam), ta có bảng tần số ghép nhóm:

Cân nặng(m)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)	[50;55)
Số học sinh	1	0	0	1	10	17	0	1

Giá trị đại diện của nhóm [25;30) là

- A.** 27,5. **B.** 25. **C.** 30. **D.** 27.

Câu 29. Khảo sát cân nặng của 30 bạn học sinh (đơn vị: kilogam), ta có bảng tần số ghép nhóm:

Cân nặng(m)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)	[50;55)
Số học sinh	1	0	0	1	10	17	0	1

Xác định số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A.** 25. **B.** 25,8. **C.** 30. **D.** 27.

Câu 30. Khảo sát cân nặng của 30 bạn học sinh (đơn vị: kilogam), ta có bảng tần số ghép nhóm:

Cân nặng(m)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)	[50;55)
Số học sinh	1	0	0	1	10	17	0	1

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu

- A.** 40,5. **B.** 42,5. **C.** 41,5. **D.** 41,25.

Câu 31. Anh Ba ghi nhận lại kết quả ném lao của mình ở cự li 30 lần, và có bảng sau:

Cự li (m)	[69,2;70)	[70;70,8)	[70,8;71,6)	[71,6;72,4)	[72,4;73,2)
Số lần	4	2	9	10	5

Cự li trung bình mỗi lần ném của anh Ba

- A.** 73,5. **B.** 42,5. **C.** 41,5. **D.** 71,5.

Câu 32. Anh Ba ghi nhận lại kết quả ném lao của mình ở cự li 30 lần, và có bảng sau:

Cự li (m)	[69,2;70)	[70;70,8)	[70,8;71,6)	[71,6;72,4)	[72,4;73,2)
Số lần	4	2	9	10	5

Khả năng anh Ba ném được khoảng bao nhiêu mét là cao nhất?

- A.** 71,7. **B.** 71,75. **C.** 71,8. **D.** 71,5.

Việc nắm vững các khái niệm về trung bình, trung vị, tứ phân vị và Mốt không chỉ giúp học sinh thành thạo về các số liệu đặc trưng mà còn là nền tảng quan trọng cho sự phát triển toàn diện trong lĩnh vực toán học và ứng dụng của nó trong thực tế. Tôi hy vọng rằng bài viết này đã cung cấp cho các thầy cô giáo và các em học sinh cái nhìn tổng quan và có thêm tư liệu trong việc dạy và học về các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm.